

# REGRESI & KORELASI LINIER SEDERHANA

## 1. Pendahuluan

- Gagasan perhitungan ditetapkan oleh Sir Francis Galton (1822-1911)
- Persamaan regresi : Persamaan matematik yang memungkinkan peramalan nilai suatu peubah takbebas (*dependent variable*) dari nilai peubah bebas (*independent variable*)
- Diagram Pencar = *Scatter Diagram*  
Diagram yang menggambarkan nilai-nilai observasi peubah takbebas dan peubah bebas.

Nilai peubah bebas ditulis pada sumbu X (sumbu horizontal)  
Nilai peubah takbebas ditulis pada sumbu Y (sumbu vertikal)

Nilai peubah takbebas ditentukan oleh nilai peubah bebas

Anda sudah dapat menentukan mana peubah takbebas dan peubah bebas?

Contoh 1:

Berat Vs Tinggi Seseorang (X : Umur, Y : Tinggi)  
Biaya Promosi Vs Hasil diperoleh (X : Biaya Promosi, Y : perolehan)

- Jenis-jenis Persamaan Regresi :
  - a. Regresi Linier :
    - Regresi Linier Sederhana
    - Regresi Linier Berganda
  - b. Regresi Nonlinier
    - Regresi Eksponensial

- Regresi Linier
  - Bentuk Umum Regresi Linier Sederhana

$$Y = a + bX$$

Y : peubah takbebas  
X : peubah bebas  
a : konstanta  
b : kemiringan

- Bentuk Umum Regresi Linier Berganda

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$$

|                |                     |                |                   |
|----------------|---------------------|----------------|-------------------|
| Y              | : peubah takbebas   | a              | : konstanta       |
| X <sub>1</sub> | : peubah bebas ke-1 | b <sub>1</sub> | : kemiringan ke-1 |
| X <sub>2</sub> | : peubah bebas ke-2 | b <sub>2</sub> | : kemiringan ke-2 |
| X <sub>n</sub> | : peubah bebas ke-n | b <sub>n</sub> | : kemiringan ke-n |

- Regresi Non Linier
  - Bentuk umum Regresi Eksponensial

$$Y = ab^x$$

$$\log Y = \log a + (\log b) x$$

## 2. Regresi Linier Sederhana

- Metode Kuadrat terkecil (*least square method*): metode paling populer untuk menetapkan persamaan regresi linier sederhana

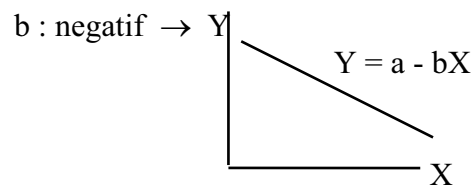
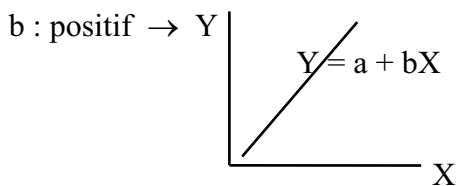
- Bentuk Umum Regresi Linier Sederhana :

$$Y = a + bX$$

Y : peubah takbebas  
a : konstanta

X : peubah bebas  
b : kemiringan

Nilai b dapat positif (+) dapat negatif (-)



- Penetapan Persamaan Regresi Linier Sederhana

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \text{sehingga} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

n : banyak pasangan data

$y_i$  : nilai peubah takbebas Y ke-i

$x_i$  : nilai peubah bebas X ke-i

Contoh 2 :

Berikut adalah data Biaya Promosi suatu lembaga pendidikan dan jumlah siswa yang masuk Dalam lembaga pendidikan tersebut.

| Tahun | x<br>Biaya Promosi<br>(ratus rb rupiah) | y<br>Jumlah siswa<br>(Puluhan orang) | xy        | x <sup>2</sup>        | y <sup>2</sup>        |
|-------|---|--------------------------------------|-----------|-----------------------|-----------------------|
| 1992  | 2                                       | 5                                    | 10        | 4                     | 25                    |
| 1993  | 4                                       | 6                                    | 24        | 16                    | 36                    |
| 1994  | 5                                       | 8                                    | 40        | 25                    | 64                    |
| 1995  | 7                                       | 10                                   | 70        | 49                    | 100                   |
| 1996  | 8                                       | 11                                   | 88        | 64                    | 121                   |
| Σ     | Σx = 26                                 | Σy = 40                              | Σxy = 232 | Σx <sup>2</sup> = 158 | Σy <sup>2</sup> = 346 |

bentuk umum persamaan regresi linier sederhana :  $Y = a + b X$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{(5 \times 232) - (26 \times 40)}{(5 \times 158) - (26^2)} = \frac{1160 - 1040}{790 - 676} = \frac{120}{114} = 1.0526 = 1.053$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$a = \frac{40}{5} - \left( 1.05263... \times \frac{26}{5} \right) = 8 - (1.05263... \times 5.2) = 8 - 5.4736... = 2.5263... = 2.530$$

$$Y = a + b X \quad \rightarrow \quad Y = 2.530 + 1.053 X$$

- Peramalan dengan Persamaan Regresi

Contoh 3 :

Diketahui hubungan Biaya Promosi (X dalam ratus rb rupiah) dan Y (Jumlah siswa dalam puluhan orang) dapat dinyatakan dalam persamaan regresi linier berikut  
 $Y = 2.530 + 1.053 X$

Perkirakan Jumlah siswa yang mendaftar jika dikeluarkan biaya promosi Rp. 1juta ?

Jawab :  $Y = 2.530 + 1.053 X$   
 $X = 10$

$$Y = 2.53 + 1.053 (10) = 2.53 + 10.53 = 13.06 \text{ (puluhan orang)}$$

Jumlah siswa yang mendaftar = 130 orang.

### 3. Korelasi Linier Sederhana

- Koefisien Korelasi ( $r$ ) : ukuran hubungan linier peubah X dan Y

Nilai  $r$  berkisar antara (+1) sampai (-1)

Nilai  $r$  yang (+) ditandai oleh nilai  $b$  yang (+)

Nilai  $r$  yang (-) ditandai oleh nilai  $b$  yang (-)

Jika nilai  $r$  mendekati +1 atau  $r$  mendekati -1 maka

X dan Y memiliki korelasi linier yang tinggi

Jika nilai  $r = +1$  atau  $r = -1$  maka X dan Y memiliki korelasi linier sempurna

Jika nilai  $r = 0$  maka X dan Y tidak memiliki relasi (hubungan) linier

(dalam kasus  $r$  mendekati 0, anda dapat melanjutkan analisis ke regresi eksponensial)

- Koefisien Determinasi Sampel =  $R = r^2$

Ukuran proporsi keragaman total nilai peubah Y yang dapat dijelaskan oleh nilai peubah X melalui hubungan linier.

Penetapan & Interpretasi Koefisien Korelasi dan Koefisien Determinasi

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}$$

$$R = r^2$$

Contoh 4 :

Lihat Contoh 2, setelah mendapatkan persamaan Regresi  $Y = 2.530 + 1.053 X$ , hitung koef. korelasi ( $r$ ) dan koef determinasi ( $R$ ).

Gunakan data berikut (lihat Contoh 2)

$$\Sigma x = 26 \quad \Sigma y = 40$$

$$\Sigma xy = 232$$

$$\Sigma x^2 = 158$$

$$\Sigma y^2 = 346$$

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}$$

$$r = \frac{(5 \times 232) - (26 \times 40)}{\sqrt{[(5 \times 158) - (26^2)] \times [(5 \times 346) - (40^2)]}} = \frac{1160 - 1040}{\sqrt{[790 - 676] \times [1730 - 1600]}} = \frac{120}{\sqrt{114 \times 130}}$$

$$= \frac{120}{\sqrt{14820}} = \frac{120}{121.73...} = 0.9857...$$

Nilai  $r = 0.9857$  menunjukkan bahwa peubah X (biaya promosi) dan Y (jumlah pendaftar) berkorelasi linier yang positif dan tinggi

$$R = r^2 = 0.9857...^2 = 0.97165... = 97 \%$$

Nilai  $R = 97\%$  menunjukkan bahwa 97% proporsi keragaman nilai peubah Y (jumlah pendaftar) dapat dijelaskan oleh nilai peubah X (biaya promosi) melalui hubungan linier.

Sisanya, yaitu 3 % dijelaskan oleh hal-hal lain.

=  $y$

$y$

$y$